**Практикум 2.3. Числовые ряды**

***Цель работы*** – усвоить базовые понятия теории числовых рядов, научиться исследовать ряды на сходимость, используя признаки сходимости, научиться использовать средства пакета MatLab для исследования рядов на сходимость и для приближенного вычисления суммы ряда.

**Упражнение 1.**

Создайте M-функцию, которая строит график последовательности частичных сумм ряда. В качестве входных параметров M-функции использовать формулу  общего члена последовательности и число  рассматриваемых членов.

syms n

hold on

Sn = 0;

an = input('Введите общий член последовательности: ');

n0 = input('Введите число рассматриваемых членов: ');

for i = 1:1:n0;

Sn = Sn + subs(an,'n',i);

plot(i,Sn,'r\*')

end

grid on

**Упражнение 2.**

а)Используя определение, установить сходимость иди расходимость рядов  для нескольких значений , , . В случае сходимости ряда найти его сумму.

б) Используя созданную в Упр. 1 М-функцию, геометрически проиллюстрировать факт сходимости или расходимости рядов вида  при выбранных в п. a) значениях .

**Упражнение 3.**

а)Используя определение, установить сходимость иди расходимость рядов  для значений , , .

б) Используя созданную в Упр. 1 М-функцию, геометрически проиллюстрировать факт сходимости или расходимости рядов вида  для значений , , .

syms n

hold on

Sn = 0;

a = input('Введите значение a: ');

an = 1/n^a;

s = limit(int(1/n^a,'n',1,Inf));

if s == Inf

disp('Ряд расходится')

else

disp('Ряд сходится')

end

syms n

for i = 1:1:100;

Sn = Sn + subs(an,'n',i);

plot(i,Sn,'r\*')

end

grid on

*Введите значение a:* ***0.5***

*Ряд расходится*



*Введите значение a:* ***1***

*Ряд расходится*



*Введите значение a:* ***2***

*Ряд сходится*

**

**Упражнение 4.**

Подкрепите примерами утверждение: «Стремление -го члена к нулю при  является необходимым, но не является достаточным условием сходимости числового ряда». В качестве примеров, используйте ряды из Упр. 2 и 3, а также еще каких-нибудь два расходящихся числовых ряда, общий член которых стремится к нулю. Заполните Табл. 1, дополнив ее геометрическими иллюстрациями - для каждого ряда постройте в одной системе координат график последовательности  и .

Таблица 1

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Ряд | Чему равен ? | Ряд сходится? |
| … | … | … |

**Упражнение 5.**

а) Пусть ряды  и  расходятся. Что можно сказать о сходимости ряда ? Подкрепите ваше предположение примерами, проиллюстрировав факт сходимости/расходимости соответствующих рядов графиками последовательности их частичных сумм.

б) Пусть ряд  сходится,  расходится. Что можно сказать о сходимости ряда ? Подкрепите ваше предположение примерами, проиллюстрировав факт сходимости/расходимости соответствующих рядов графиками последовательности их частичных сумм.

**Упражнение 6.**

Даны ряды (1)  и (2) .

а)Используя признак сравнения, установить сходимость или расходимость рядов, сравнив их общие члены с общими членами ряда  при подходящих значениях  и :

б) Геометрически проиллюстрируйте использование признака сравнения: для каждой пары сравниваемых рядов постройте в одной системе координат графики последовательностей общих членов, а в другой - графики последовательностей их частичных сумм.

**Упражнение 7.**

Пусть к ряду  применимо Утверждение об оценке ряда. Создайте M-функцию, которая оценивает число членов, достаточное для вычисления суммы ряда с заданной точностью , и вычисляет сумму ряда с заданной точностью. В качестве входных параметров M-функции используйте формулу общего члена последовательности и точность .

**Упражнение 8.** Дан ряд () (см. ниже).

а) Показать аналитически, что для ряда выполняется условие утверждения об оценке ряда.

б) Применить созданную при выполнении Упр. 6 М-функцию для вычисления с точностью до 0,001 суммы ряда.

в) Сравнить результат с точным решением, приведённым в последнем столбце таблицы.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| № PC | Ряд | Сумма ряда |
| 9 |  | ≈ 0.62847371290158 |

**Упражнение 9.**

Пусть к ряду  применимо утверждение об оценке ряда. Создайте M-функцию, которая оценивает число членов знакочередующихся рядов, достаточное для вычисления суммы ряда с заданной точностью , и вычисляет сумму ряда с заданной точностью. В качестве входных параметров M-функции используйте формулу общего члена последовательности и точность .

**Упражнение 10.** Дан ряд () (см. ниже).

а) Показать аналитически, что для ряда выполняется условие утверждения об оценке ряда.

б) Применить созданную при выполнении Упр. 9 М-функцию для вычисления с точностью до 0,00001 суммы ряда.

в) Сравнить результат с точным решением, приведённым в последнем столбце таблицы.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| № PC | Ряд | Сумма ряда |
| 9 |  | = (e – 1) / e ≈ 0.632120558828557 |